queste corde fuori del cerchio stesso sono destituiti d'ogni rappresentanza (reale). D'altronde due punti reali della superficie sono rappresentati da 'due punti, parimente reali, interni al cerchio limite, i quali individuano *una* corda del cerchio stesso. Si vede dunque che due punti reali della superficie, *scelti in modo qualunque,* individuano sempre *una sola e determinata linea geodetica,* che è rappresentata nel piano ausiliare dalla corda passante pei loro punti corrispondenti.

Cosi le superficie di curvatura costante negativa *non* vanno soggette a quelle eccezioni che si verificano sotto questo rapporto in quelle di curvatura costante positiva, epperò sono ad esse applicabili i teoremi della planimetria non-euclidea. Anzi questi teoremi non sono in gran parte suscettibili di concreta interpetrazione, se non vengono riferiti precisamente a queste superficie anziché al piano, come ora procediamo a diffusamente dimostrare. Per evitare circonlocuzioni ci permettiamo di denominare *pseudo-sferiche* le superficie di curvatura costante negativa, e di conservare il nome di *raggio* alla costante *R* da cui dipende il valore della loro curvatura.

Cerchiamo primieramente la relazione generale che sussiste fra l'angolo di due linee geodetiche e l'angolo delle corde che le rappresentano.

Sia *(ti, v)* un punto della superficie, (17", F) un punto qualunque di una delle geodetiche uscenti da esso. Le equazioni di due fra queste geodetiche siano

r — v = w(C7— «), *V— v = n(U —* M).

Chiamando a l'angolo delle geodetiche nel punto *(ti, v)* si ha, da una forinola nota,

* " ~ *E + (n +* w) *F + mn G* ' ossia, pei valori attuali di £, F, G,

tga =

a (n — ni) w

(i -(- *m ti) a*^{2} — *(v — m u) (y — n ti)*

Indicando con a' l'angolo delle due corde e con [/., v gli angoli formati da esse coll'asse delle ***x₉*** si ha *m* = tg (/., *n* = tg v , a' = v — [/,, e quindi

a w sena

•fOT Q£ 0

a^2 cos a' — *(v* cos [/. — *u* sen [/.) *(y* cos v — *u* sen v)

II denominatore del secondo membro si mantiene sempre finito in ogni punto reale della superficie, quindi l'angolo a non può essere

nullo che quando è nullo il nume-ratore. Ma sena' non è nullo finché le due corde si intersecano dentro il cerchio